DEVOIR LIBRE

DL DE NIVEAU 1 FILIÈRE MP

RÉVISIONS D'OPTIQUE

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée.

⋆ ⋆ ⋆

Toute affirmation doit être clairement et complètement justifiée.

Ce DL de niveau 1 reprend les bases du cours de l'optique de sup et de spé, mais son but est d'étudier les dispositifs de franges d'interférences et un critère semi-qualitatif de visibilité des franges. On va démontrer ce dernier et l'utiliser pour démontrer la localisation des franges sur le Michelson.

I Optique géométrique : les bases

1. Dessiner un schéma explicatif du fonctionnement
   (a) d'une loupe.
   (b) d'une lunette astronomique.
   (c) d'un microscope.
   (d) d'un œil.

2. Démontrer qu'il faut une distance minimale de $D = 4f'$ entre un écran et un objet pour pouvoir effectuer une image nette de ce dernier sur l'écran avec une lentille convergente de focale f'.

3. Déterminer les deux positions de de la lentille possible pour former une image nette quand la condition précédente est vérifiée, l'écran et l'objet étant fixés.

Connaissant ces deux positions et la distance D, on peut déterminer la focale d'une lentille convergente. Cette méthode s'appelle méthode de Bessel.

II Optique géométrique : Goniomètre

1. Représenter un schéma explicatif de la lunette auto-collimatrice et du collimateur. Expliciter les réglages de ces appareils optiques.

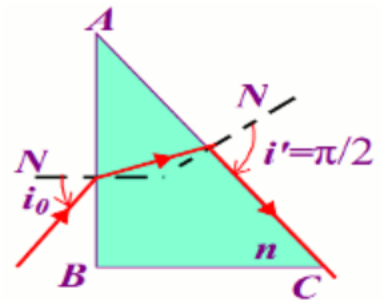
2. Donner deux méthodes pour déterminer l'angle A d'un prisme avec un goniomètre. *Toute formule utilisée devra être démontrée.*

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer l'indice optique d'un prisme, nous allons en étudier deux.

3. *Méthode de la déviation minimale.*
   (a) Décrire en quelques phrases avec l'aide d'un schéma la définition de l'angle de déviation minimale dans un prisme.
   (b) Montrer que, si on appelle n l'indice du prisme et D_m l'angle de déviation minimale :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

4. *Méthode de l'incidence rasante.* On se place dans la situation suivante :



   Montrer que $n = \sqrt{\frac{1+\sin i_0 \cos A + \sin^2 i_0}{\sin^2 A}}$. Calculer Δn en fonction de ΔA et Δi_0.

5. Expliquer comment vérifier la loi de Cauchy avec un goniomètre.

III Optique ondulatoire : Dispositif des trous d'Young

Généralités

1. Faire un schéma du dispositif classique des trous d'Young. Retrouver la différence de marche en un point M d'abscisse x sur l'écran. Donner la formule de l'éclairement sur l'écran (de Fresnel) dans le cas où tous les rayons qui interfèrent ont un éclairement ε_0, puis si des rayons d'éclairement ε_1 interfèrent avec des rayons d'éclairement ε_2.

2. Faire un schéma (en dessinant les rayons lumineux) du montage Fraunhofer, pour lequel la source est disposée sur l'axe optique. Retrouver la différence de marche en un point M d'abscisse x sur l'écran.

3. On ajoute à ce montage, entre la première lentille et un des trous, une lame de verre, d'épaisseur e et d'indice n. Calculer la différence de marche supplémentaire.

4. Faire un schéma du dispositif des trous d'Young, pour lequel la source est décalée d'une distance b de l'axe optique. Retrouver la différence de marche en un point M d'abscisse x sur l'écran.

Influence de la largeur de la source

5. (a) *Question un peu plus subtile, mathématique* : On considère qu'une source étendue de largeur $2b$, son centre S étant situé sur l'axe optique, est une superposition d'une infinité de sources ponctuelles incohérentes (ce sont des sources différentes), espacées d'une distance z de l'axe optique, avec z qui varie entre $-b$ et b. L'éclairement total de la source élargie est ε_0. Déterminer l'éclairement sur l'écran en un point d'abscisse x.

   (b) Un facteur V apparaît devant $\cos\left(\frac{2\pi nax}{\lambda}\right)$. Tracer le profil de $|V|$ en fonction de b.

   (c) On dit que les franges sont visibles tant que b est plus petit que la valeur du premier zéro de $|V|$ (« premier brouillage »). Montrer qu'en ce point,

$$|\Delta p_{S-b}| = |p_S(M) - p_b(M)| = \frac{1}{2}$$

   On en déduit un critère de visibilité des franges :

   Proposition

   Lorsqu'un dispositif interférentiel est éclairé par une source étendue dont on nomme S le centre et S' une extrémité, on dit que les franges sont visibles si $|\Delta p_{S-S'}| \leqslant \frac{1}{2}$.

   (d) *Question un peu plus subtile, sens physique* : Pouvait-on retrouver ce critère qualitativement, en retrouvant la position du premier brouillage ?

Influence de la largeur spectrale

6. On revient au dispositif des trous d'Young classique, avec une source ponctuelle, mais non monochromatique. Elle présente un doublet de radiation $\lambda_1 = \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$.

   (a) Trouver l'abscisse des « brouillages » (franges d'intensité minimale), et la distance Δx entre deux brouillages.

   (b) On suppose que λ_1 et λ_2 sont très proches. Donner le nombre de franges brillantes entre deux brouillages. Quand peut on dire que l'on a une bonne visibilité des franges ?

   (c) Si on remplace la source par une source de lumière blanche, de spectre radial qui s'étend de λ_{min} à λ_{max}, et que l'on se place à un point M à une abscisse x donnée ($\delta(M)$ est fixée), expliquez le phénomène de cannelures.

IV Optique ondulatoire : Interféromètre de Michelson

Généralités

1. En utilisant la loi de Cauchy et la question 3 partie III, expliquer pourquoi la compensatrice est **nécessaire** pour un interféromètre de Michelson.

2. Expliquer (à l'aide d'un schéma notamment) pourquoi on dit que les franges « respirent » si il y a un angle résiduel entre les miroirs. Trouver un majorant de cet angle résiduel si les franges ne respirent plus.

Configuration lame d'air

3. Déterminer la différence de marche pour une configuration du Michelson en lame d'air, avec une distance e entre les deux miroirs.

4. On utilise une source étendue. On note S son centre et Q son extrémité. En un point M, situé à une distance r du centre de l'écran ($b \leqslant r$), calculer l'ordre d'interférence pour la source ponctuelle S, puis Q. En utilisant le le critère de visibilité trouvée dans la partie précédente ($|\Delta_{S-Q}p| = |p_S(M) - p_Q(M)| \leqslant \frac{1}{2}$), montrer que pour que les franges soient visibles, il faut que r soit inférieur à une certaine distance seuil, notée δ.

5. Pourquoi dit-on que les franges sont visibles à l'infini ($D \to +\infty$) en coin d'air ?

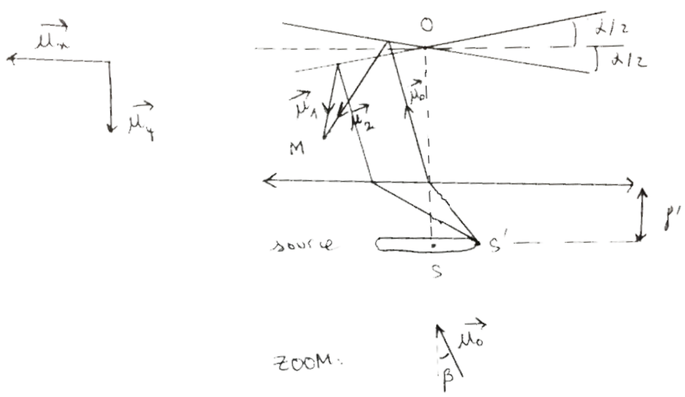
6. On projette les franges sur un écran dans le plan focal d'une lentille convergente de focale f'. Déterminer l'expression du rayon r_k du $k^{\text{ème}}$ anneau visible en fonction de e, f' et k. En déduire pourquoi on préfère utiliser une lentille de grande focale lorsque l'on projette.

Configuration coin d'air

7. Déterminer la différence de marche pour une configuration en coin d'air avec un angle α entre les deux miroirs.

8. En utilisant la partie I, pourquoi, lorsque l'on projette les franges sur l'écran, utilise-t-on une lentille de focale 10 ou 20 cm, et non de 50 ?

9. On éclaire le dispositif avec une source étendue, de longueur d'onde λ_0.



On pose $OM = x\vec{u_x} + y\vec{u_y}$. Montrer que la différence de marche au point M est

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air} \left(\vec{u_2} - \vec{u_1}\right) \cdot \vec{OM}$$

10. Montrer que :

$$\begin{cases} \vec{u_1} = \sin\left(\beta - \alpha\right) \vec{u_x} + \cos\left(\beta - \alpha\right) \vec{u_y} \\ \vec{u_2} = \sin\left(\beta + \alpha\right) \vec{u_x} + \cos\left(\beta + \alpha\right) \vec{u_y} \end{cases}$$

En déduire $\Delta\varphi$ en fonction de x, y, α et β.

11. Montrer que l'on a :

$$p_S(M) = \frac{2n\sin\alpha}{\lambda_0} x$$

$$p_{S'}(M) = \frac{2n\sin\alpha}{\lambda_0} \left(x\cos\beta + y\sin\beta\right)$$

12. Déduire du critère de visibilité, pour $\beta << 1$, une condition sur y. En déduire que les franges sont localisées au voisinage des miroirs.

* *
*