

## II.2 Cavité Fabry-Pérot

D'après les résultats précédents sur l'interféromètre de Michelson simple, la sensibilité de détection des ondes gravitationnelles est limitée par la taille des bras de l'instrument. Or construire des bras de longueur bien supérieure à 3 km représente un défi technologique, géographique et financier bien trop important, à moins d'aller dans l'espace. Pour contourner ce problème, les scientifiques ont eu l'idée d'ajouter au dispositif deux cavités Fabry-Pérot symbolisées figure 4 par deux paires de miroirs. Dans ces cavités la lumière réalise plusieurs aller-retours et augmente ainsi artificiellement son temps de parcours.

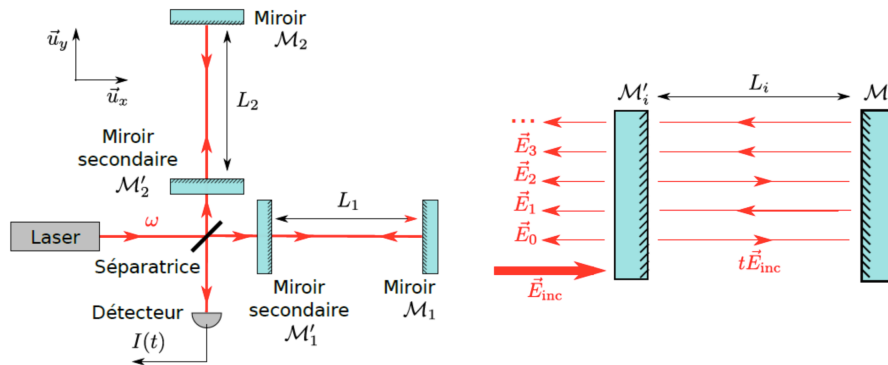


FIGURE 4 – Gauche : interféromètre de Michelson avec cavités Fabry-Pérot. Droite :  tude d'une cavité Fabry-Pérot.

Dans les questions suivantes, nous allons donc étudier une cavité Fabry-Pérot comme décrite sur la partie droite de la figure 4. Un miroir  $\mathcal{M}'_i$  semi-réfléchissant de coefficient de réflexion  $r'_i$  et de transmission  $t'_i$  est placé en vis-à-vis du miroir  $\mathcal{M}_i$  de réflexivité supposée parfaite ( $r_i = -1$  et  $t_i = 0$ ), à une distance  $L_i$ . On admettra que pour une onde venant de la gauche, au niveau de  $\mathcal{M}'_i$  on a  $r'_i > 0$  réel et pour une onde venant de la droite le coefficient de réflexion vaut  $-r'_i$ .

Le champ électrique incident est une onde plane monochromatique progressive notée  $\vec{E}_{inc}$  avec les mêmes conventions que précédemment. On notera  $\vec{E}_p$  le  $p$ -ième champ électrique émergent du dispositif, déphasé par rapport au champ incident après  $p$  allers-retours à l'intérieur de la cavité, tel que sur la figure 4. L'indice optique de la cavité vaut  $n$ .

Dans les questions suivantes, on s'intéresse à la cavité Fabry-Pérot située dans le bras  $i = 1$ .

- 33)  crire le champ électrique  $\vec{E}_0$  en fonction de  $\vec{E}_{inc}$ , puis le champ  $\vec{E}_1$  en fonction du champ  $\vec{E}_{inc}$ ,  $L_1$  la longueur de la cavité sur le bras 1 et des coefficients de réflexion et de transmission. Déterminer le champ  $\vec{E}_p$  en fonction du champ  $\vec{E}_{p-1}$  pour  $p > 2$ . En déduire l'expression de  $\vec{E}_p$  en fonction de  $\vec{E}_{inc}$  pour  $p > 1$ .

- 34) Le champ électrique total émergent de la cavité 1 est  $\vec{E}'_1 = \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_p$ . Montrer que

$$\vec{E}'_1 = \left[ \frac{r'_1 - e^{-2jnkL_1}}{1 - r'_1 e^{-2jnkL_1}} \right] \vec{E}_{inc}$$

On admettra que  $(t'_1)^2 + (r'_1)^2 = 1$ .

- 35) On pose  $R_1$  tel que  $\vec{E}'_1 = R_1 \vec{E}_{inc}$ . Montrer que  $|R_1|^2 = 1$  pour toute longueur  $L_1$ . Qu'est-ce que cela signifie physiquement ?
- 36) On dit que la cavité Fabry-Pérot est accordée lorsque  $nkL_1^0 = p_1\pi$  avec  $p_1 \in \mathbb{Z}$ . Montrer que pour une cavité accordée

$$R_1 \approx -\frac{1 - r'_1 - 2jnk\delta L_1}{1 - r'_1 + 2jnk r'_1 \delta L_1}$$

avec  $\delta L_1 \ll \lambda$ . On rappelle qu'on a défini précédemment  $L_1 = L_1^0 + \delta L_1$  avec  $\delta L_1$  la variation de longueur due au passage de l'onde gravitationnelle.

- 37) Calculer  $\phi'_1 = \text{Arg}[R_1]$  et montrer que la différence de phase au niveau du détecteur  $\Delta\phi' = \phi'_1 - \phi'_2 + \phi_0$  vaut

$$\Delta\phi' = -\frac{1+r'_1}{1-r'_1}2nk\delta x + \phi_0$$

avec  $\phi'_2$  le résultat obtenu pour  $\phi'_1$  mais transposé à la cavité 2 de longueur  $L_2$  (avec  $r'_1 = r'_2$ ).

- 38) Pour l'interféromètre VIRGO,  $r'_1 = 0.98$ . Donner un ordre de grandeur de  $\Delta\phi' - \phi_0$ . L'interféromètre de Michelson muni de deux cavités Fabry-Pérot se comporte comme un interféromètre simple mais avec une longueur de bras bien supérieure. Évaluer la longueur effective de ces bras.