II Détecteur interférométrique

La détection directe d'ondes gravitationnelles annoncée le 11 février 2016 a été réalisée à l'aide d'un détecteur dit interférométrique. Celui-ci est fondé sur la notion d'interférence lumineuse. La lumière étant une onde, elle peut interférer avec elle même tout comme les ondes mécaniques ou acoustiques. Suivant le déphasage entre deux ondes lumineuses, les interférences peuvent être constructives (renforcement de l'intensité lumineuse) ou destructives (intensité lumineuse nulle).
Pour réaliser des interférences lumineuses de manière à détecter le passage d'une onde gravitationnelle, le dispositif expérimental doit satisfaire de nombreuses contraintes technologiques. On abordera d'abord le principe de détection par interférences, puis divers aspects pour améliorer la sensibilité du détecteur.

II.1 Dispositif de Michelson

La géométrie du système de détection suit celle d'un interféromètre de Michelson. Les résultats du premier interféromètre de ce type, créé en 1881, ont ouvert la voie à la théorie de la Relativité Restreinte d'Einstein, et il est notable que le même dispositif, largement amélioré, a permis de confirmer une prédiction de la relativité générale.
Une unique source laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 1064$ nm est dirigée vers une lame séparatrice semi-réfléchissante inclinée à 45° qui distribue la moitié de la puissance dans deux directions $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$. On appelle *bras* les parties du montage correspondantes de longueur respective L_1 et L_2 (voir figure 8). Chacun des bras est terminé par un miroir de très haute réflectivité qui renvoie la lumière vers la lame séparatrice. Un détecteur en sortie permet d'observer la combinaison des ondes lumineuses provenant des deux bras de l'interféromètre. La différence de parcours de la lumière dans chacun des deux bras est à l'origine des interférences lumineuses observées au niveau du détecteur. En effet, les deux ondes débouchent du système avec des phases différentes dues à la différence de distance parcourue ce qui est de nature à provoquer les interférences.

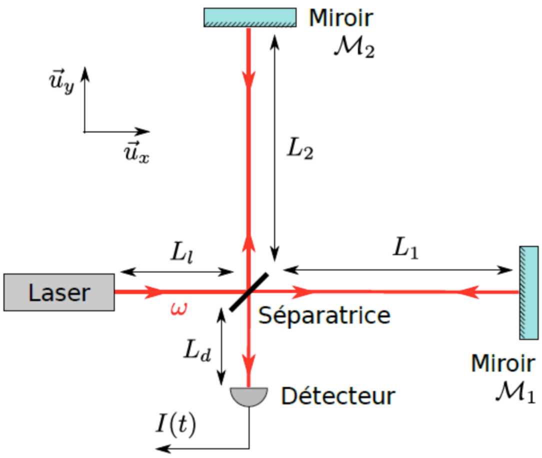

FIGURE 3 – Interféromètre de Michelson.

Une version simple de l'interféromètre de Michelson est présentée figure 3 avec ses notations. On décrit la source laser par une onde électromagnétique plane progressive harmonique de la forme $\vec{E} = \vec{E_0} e^{j\left(\omega t - n\vec{k}.\vec{r}\right)}$ en notation complexe, avec n l'indice du milieu traversé et $\|k\| = \dfrac{\omega}{c}$. Le vecteur d'onde $\vec{k}$ est dirigé selon $\vec{u_x}$ en sortie du laser et dans le bras de longueur L_1, et selon $\vec{u_y}$ dans le bras de longueur L_2 et à l'arrivée sur le détecteur. Pour une onde électromagnétique, on définit les coefficients *complexes* de réflexion r et de transmission t par

$$\vec{E}_{\text{réfléchi}} = r\vec{E}_{\text{incident}}, \quad \vec{E}_{\text{transmis}} = t\vec{E}_{\text{incident}}.$$

Pour la séparatrice, on note r_s (resp. t_s) le coefficient de reflexion (resp. de transmission). Les coefficients de réflexion des miroirs $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ sont $r_1 = r_2 = -1$.

26) Écrire l'expression du champ électromagnétique $\vec{E_1}$ reçu au niveau du détecteur pour la partie du faisceau ayant réalisé un aller-retour dans le bras de longueur L_1 depuis la source laser. Faire de même pour la seconde partie du faisceau (champ $\vec{E_2}$). Comme sur le schéma, on notera L_l et L_d les distances respectives du laser et du détecteur au centre de la séparatrice et on suppose que $\vec{r} = \vec{0}$ au niveau du laser. Montrer que la différence de phase entre les champs $\vec{E_1}$ et $\vec{E_2}$ est
$$\Delta\phi = 2nk(L_1 - L_2)$$

27) Schématisons ce qui se passe au niveau du détecteur de lumière. Sur un schéma, représenter deux ondes de longueur d'onde λ déphasées de $\Delta\phi = 2p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$, puis leur somme. Faire de même pour deux ondes déphasées de $\Delta\phi = (2p+1)\pi$. Indiquer dans quels cas on a des interférences constructives ou destructives.

28) L'intensité optique mesurée sur le détecteur est $I = \langle \left\| \vec{E}_{tot} \right\|^2 \rangle_\tau$ les chevrons $\langle \cdot \rangle_\tau$ représentent la moyenne temporelle sur un temps $\tau >> \dfrac{1}{\omega}$. Sachant que $\vec{E}_{tot} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$, montrer que :
$$I = I_0 \cos^2\left[\frac{\Delta\phi}{2}\right] = I_0 \cos^2\left(nk(L_1 - L_2)\right)$$
avec I_0 que l'on déterminera.

En l'absence d'ondes gravitationnelles, on note respectivement L_1^0 et L_2^0 les longueurs des bras de l'interféromètre alignés selon les axes x et y. Suite au passage d'une onde gravitationnelle $h_+(t)$, les longueurs des bras sont modifiées respectivement de $\delta L_1(t)$ et $\delta L_2(t)$ de telle sorte que :
$$L_1(t) = L_1^0 + \delta L_1(t),\ L_2(t) = L_2^0 + \delta L_2(t).$$
La longueur des bras de l'instrument est asservie de façon Ã ce que $nk\left(L_1^0 - L_2^0\right) = \dfrac{\phi_0}{2}$ avec ϕ_0 une phase dont on déterminera la valeur optimale dans une question ultérieure.

---

29) On pose $x = L_1 - L_2$ et $\delta x = \delta L_1 - \delta L_2$. Montrer que l'intensité en sortie de l'interféromètre est
$$I = I_0 \cos^2\left[nk\delta x + \frac{\phi_0}{2}\right]$$

30) Linéariser cette expression en supposant que $\delta x << \lambda$ et montrer que la variation d'intensité δI due au passage de l'onde gravitationnelle s'écrit :
$$\delta I = -I_0 nk\delta x \sin\phi_0$$
Pour quelles valeurs de ϕ_0 cette variation d'intensité est elle maximale ? À la lumière de vos réponses à la question 2, comment est donc réglé l'interféromètre au repos ?

31) Relier la différence de phase $\Delta\phi$ à la différence de temps de parcours $\tau_x - \tau_y$ des photons empruntant les deux bras de l'interféromètre alignés selon les axes x et y. On pose $L_0 = \dfrac{L_1^0 + L_2^0}{2}$. Grâce à la question 5 (partie I), montrer que $\tau_x - \tau_y = \dfrac{nh_+(t)\left(L_2^0 + L_1^0\right)}{c} + \dfrac{2n\left(L_1^0 - L_2^0\right)}{c}$ et à l'aide de la question 29, donner δx en fonction de $h_+(t)$ et L_0.

32) Pour le détecteur VIRGO, les bras mesurent 3 km au repos. Pourquoi utiliser utiliser un interféromètre si grand ? Donner un ordre de grandeur de δx et de $\Delta\phi - \phi_0$. Vérifier l'approximation $\delta x << \lambda$ et comparer δx à des ordres de grandeurs usuels.