

FIGURE 2 – Rayonnement gravitationnel d'un système constitué de deux objets ponctuels en rotation.

19) Montrer qu'on peut écrire  $\mathbf{h}$  sous la forme de deux polarisations

$$\mathbf{h} = h_+ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + h_\times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

et déterminer les expressions des fonctions  $h_+$  et  $h_\times$ .

20) Quelle est la fréquence  $\nu$  de l'onde gravitationnelle ?

21) Comparer les amplitudes  $\bar{h}_+$  et  $\bar{h}_\times$  des fonctions  $h_+$  et  $h_\times$ . Dans quelle mesure ce résultat était-il prévisible sans calcul ?

22) Dans l'hypothèse d'un mouvement non relativiste, comparer la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement gravitationnel à  $r$ . Doit-on alors tenir compte du temps de propagation du champ gravitationnel à travers la source pour calculer les trajectoires de ses constituants ? Quel est le nom de l'approximation équivalente dans le domaine de l'électrocinétique ?

#### I.4 GW150914

Le signal GW150914 détecté par LIGO le 14 septembre 2015 et représenté sur la figure 3 était produit par deux trous noirs de masse  $m \approx 30M_\odot$ , situés à une distance  $R \approx 440$  Mpc de la Terre (ces unités sont définies dans le préambule). Au début de la détection la fréquence  $\nu$  de l'onde gravitationnelle valait  $\nu_{min} = 35$  Hz, puis elle a augmenté durant 0,2 secondes pour atteindre  $\nu_{max} = 150$  Hz. Pendant ce temps l'amplitude du signal a augmenté. Le signal s'est ensuite rapidement atténué et a disparu.

23) D'après le modèle que nous avons développé, notamment les questions 16 à 20, l'augmentation de la fréquence de l'onde est-elle cohérente avec celle de son amplitude ? Que traduit-elle sur la pulsation de rotation  $\Omega$  de la source, sur le rayon de l'orbite  $r$ , et sur la somme  $E_c + E_p$  des énergies cinétique et potentielle du système ? Qu'est-ce qui a pu causer l'interruption du signal ?

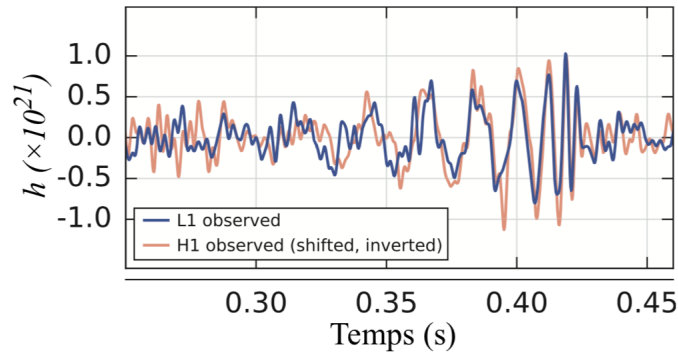


FIGURE 3 – Déformation  $h$  mesurée par deux antennes gravitationnelles de LIGO le 14 septembre 2015. Figure adaptée de B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 061102 (2016).

24)

En utilisant les données fournies dans le préambule, évaluer numériquement les amplitudes maximales  $h_{+,max}$  et  $h_{\times,max}$  des ondes gravitationnelles détectées.

Pour détecter ces ondes gravitationnelles, l’observateur situé au point de coordonnées  $(0, 0, R)$  mesure les distances  $L_x(t)$  et  $L_y(t)$  entre sa position et celles de deux objets situés respectivement aux points de coordonnées  $(L_0, 0, R)$  et  $(0, L_0, R)$  dans le repère  $Oxyz$ .

25) En utilisant le résultat de la question 5, exprimer les variations  $\delta L_x(t) = L_x(t) - L_0$  et  $\delta L_y(t) = L_y(t) - L_0$  en fonction de  $L_0$  et des fonctions  $h_+(t)$  et  $h_\times(t)$ . Déterminer la dilatation maximale  $\delta L_x$  pour  $L_0 = 4000$  m. Comparer, en ordre de grandeur, avec la taille caractéristique d’un noyau atomique.