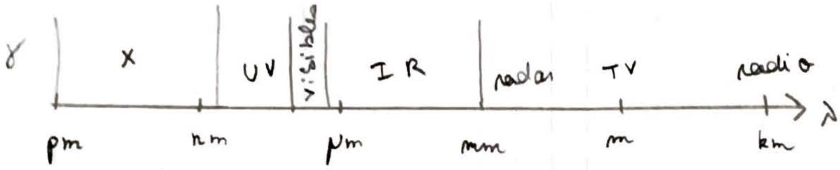
Introduction à l'optique ondulatoire :

I) Modèle scalaire de l'onde lumineuse :



Bande passante de l'oeil :

$f \in [3,9 \cdot 10^{14} Hz \, , \, 7,7 \cdot 10^{14} Hz]$

$\lambda \in [390 \, nm \, ; \, 770 \, nm]$

définition : pour une onde se déplaçant à la vitesse $v(M)$ au voisinage de M, ds milieu matériel transparent et isotrope, $\boxed{v(M) = \frac{c}{n(M)}}$ ***.

Rem : $\boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$ ***

eau : $n = \frac{4}{3}$, verre : $n = 1,5$, air : $n = 1,0003$.

Loi de Cauchy : $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$. (A et B dépendent du milieu).

$\vec{k_0} = \frac{\omega}{c} \vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{u}$ ds le vide. $\vec{k} = n \vec{k_0}$.

↳ sens propagation.

- Eclairement ou intensité : vibration lumineuse : $s(M,t)$.

puissance élémentaire véhiculée à travers dS de normale $\vec{n}$:

permittivité électrique du vide

$$d\mathcal{P} = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \, \| \vec{E}(M,t) \|^2 \, \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS$$

perméabilité magnétique du vide.

Angles faibles : $\vec{u} \cdot \vec{n} \simeq 1$, $d\mathcal{P} = K \, s(M,t)^2 dS$.

Éclairement de l'onde : $\mathcal{E} = K \langle s(M,t)^2 \rangle = \frac{1}{T_{détecteur}} \int_t^{t+T_d} K \, s(M,t)^2 dt$.

(intensité $I = \langle s(M,t)^2 \rangle$)

$\boxed{\text{Astuce : } \langle a \cdot b \rangle = \frac{1}{2} \mathrm{Re}(\underline{a} \cdot \underline{b}^*)}$ ***

II) Chemin Optique :

déf : $L_{AB} = [AB] = (AB) = c \times t_{AB}$, où t_{AB} tps de parcours de A à B.

$$[AB] = \int_{A \to B} n(M) \, dl.$$

Retard de phase : en A : $s_0 \cos(\omega t - \varphi_A)$

en B : $s_0 \cos(\omega t - \varphi_B)$.

$$\boxed{\begin{aligned} \varphi_B &= \varphi_A + \frac{\omega}{c}[AB] \\ \varphi_B &= \varphi_A + \frac{2\pi}{\lambda_0}[AB] \end{aligned}}$$ ***.

⚠ Reflexion sur une face parfaitement réfléchissante ou plus réfringente ou par passage par un point de convergence : $+\pi$.

$$\left(t = \frac{2n_2}{n_1+n_2} , \quad r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} . \right)$$

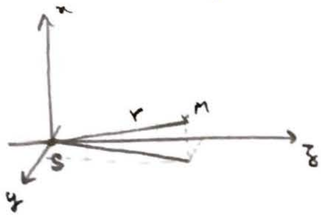
Théorème de Malus : Surfaces d'ondes relatives à un point source O sont orthogonales aux rayons lumineux issus de O. (⚠ surface d'onde continue + pas de division du front d'onde).

Condition de stigmatisme. Pour un couple de pts S et S', le chemin optique de l'objet S à l'image S' ne dépend pas du rayon lumineux.

III) Ondes sphériques, ondes planes:

- pour une onde sphérique: $s(M,t) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - \omega \frac{r}{v})$.

Car conservation de la puissance: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} K s_0^2$, $\mathcal{P} = \frac{1}{2} K s_0^2 \times 4\pi r^2 \Rightarrow s_0^2 \times r^2 = A$, cste.



approximation paraxiale: $|x| \ll |z - z_s|$
$|y| \ll |z - z_s|$.

$$\varphi(M) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} \times n \times \underbrace{\sqrt{(z-z_s)^2 + x^2 + y^2}}$$

DL: $z - z_s + \frac{x^2+y^2}{2(z-z_s)}$

D'où $\varphi(M) = \varphi_0 + \underbrace{\frac{2\pi n}{\lambda_0}(z - z_s)}_{\text{propagation}} + \underbrace{\frac{\pi n}{\lambda_0} \times \frac{x^2+y^2}{R}}_{\text{terme de courbure}}$.

$R = z - z_s$. > 0 divergente
< 0 convergente.

- Pour une onde plane: $\frac{A}{r} \simeq \frac{A}{z - z_s} \simeq A'$, cste. $z - z_s$ très grand.

condition pour une onde plane: $\frac{\pi n}{\lambda_0} \times \frac{r^2}{|R|} \ll \frac{\pi}{2}$, avec $r = \sqrt{x^2+y^2}$.

D'où $\frac{\pi n r^2}{\lambda_0 |R|} < \frac{\pi}{10}$.

→ collimateur.

IV) Le faisceau Gaussien:

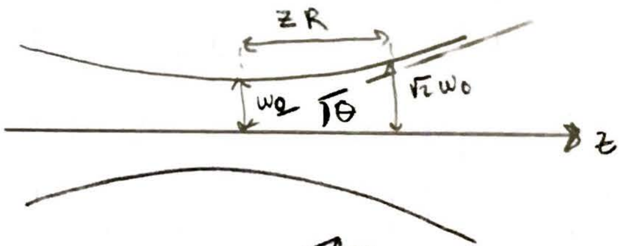
déf: vibration lumineuse d'un faisceau Gaussien: $r = \sqrt{x^2+y^2}$.

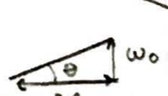
$$\underline{s}(r,z) = \underline{s_0}\,\frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-i\omega t - ikz - \frac{ikr^2}{2R(z)} - i\phi(z)\right).$$

$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$, $R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$, $\phi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$

$$\boxed{z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda_0}}.$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \times \frac{1}{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2} e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}}.$$





- Champ proche: $w(z) \simeq w_0$.
- Champ lointain: $w(z) \simeq w_0 \frac{z}{z_R}$.

$$\boxed{\theta = \frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda_0}{\pi w_0}}$$ ***

Surfaces d'ondes: $R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$

- Champ proche: $z \ll z_R$: $R(z) \simeq \frac{z_R^2}{z}$.
- Champ lointain: $z \gg z_R$: $R(z) \simeq z$.

Bilan: pour $z \ll z_R$, ~ faisceau cylindrique, $w(z) \simeq w_0$.

pour $z \gg z_R$, ~ faisceau conique: $\theta = \frac{\lambda_0}{\pi w_0}$.