Interrogation de cours de mathématique n°2

PIANKO Yanis

Prépa Moulay Idriss, Fès

I Vrai ou Faux

Calcul différentiel

1) Si f admet des dérivées partielles en a suivant toutes les variables, alors f est continue.
2) Si f, définie d'un ouvert U de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$, est dérivable suivant tout vecteur en a, alors f est différentiable en a.
3) Si f, définie d'un ouvert U de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$, est dérivable suivant tout vecteur en a, alors f amdet des dérivées partielles en a suivant toutes les variables.
4) Si f est différentiable sur l'ouvert U, alors f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur U.
5) Si f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur l'ouvert U, alors elle est différentiable sur U.
6) Le terme de la ligne i et de la colonne j de la matrice jacobienne de f en a est : $\dfrac{\partial f_j}{\partial x_i}(a)$.
7) Si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ vérifiant :
$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad f(x,y) = f(y,x),$$
alors pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, on a : $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(y,x)$.
8) On désigne par α et β deux réels. Si la fonction f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[\alpha,\beta] \times [\alpha,\beta]$ et admet en (α,β) un extremum local, alors (α,β) est un point critique de f.
9) Si f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur l'ouvert U et admet en x_0 un extremum local, alors f est maximum ou minimum en x_0.
10) L'application f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x,y) = x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ si $x \neq 0$ et $f(x,y) = 0$ sinon, est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$.
11) L'application de la question précédente vérifie :
$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$$
12) On suppose que $p = 2$. Si la fonction f admet sur U des dérivées partielles suivant x et y jusquà l'ordre 2 inclus et si :
$$\forall (x,y) \in U, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$$
alors f est de classe $\mathcal{C}^2$ sur U.

Théorie des groupes

13) Un sous-groupe non réduit à $\{0\}$ de $(\mathbb{Z},+)$ est isomorphe à $\mathbb{Z}$.
14) Tout groupe d'ordre 5 est commutatif.
15) Tout groupe d'ordre 6 est commutatif.
16) Dans un groupe d'ordre fini, tout élément est d'ordre fini.
17) Un groupe dans lequel tout élément est d'ordre fini est d'ordre fini.

II Théorèmes du cours

18) Énoncer le théorème de Heine.
19) Énoncer le théorème de Fubini pour les intérgrales.
20) Énoncer le théorème du pincement.

⋆ ⋆ ⋆