Interrogation de cours de mathématique n°1

PIANKO Yanis

Prépa Moulay Idriss, Fès

I Vrai ou Faux

Algèbre

1) λ est valeur propre de A ssi $\operatorname{Ker}(A-\lambda I) \neq \varnothing$.
2) Si $AX = \lambda X$, alors X est vecteur propre de A.
3) Si u admet n valeurs propres distinctes, alors $P(u)$ aussi.
4) Un endomorphisme admet un nombre fini de valeurs propres.

valeurs propres

5) A et ${}^tA$ ont les mêmes polynômes caractéristiques.

sou-espaces propres

6) Si $P(A) = 0$, les racines de P sont les valeurs propres de A.
7) Si $P(A) = 0$ et $P(0) \neq 0$ alors A est inversible.
8) Si A est inversible alors son inverse est polynômial en A.

Analyse

9) Si $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t$, alors $f^{(155)}(0) = \dfrac{-1}{155}$.
10) Si la série entière $\sum(a_n z^n)$ a un rayon de convergence infini, elle converge uniformément sur $\mathbb{R}$.
11) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{z^k}{k!}$ converge uniformément vers exp sur $\mathbb{R}$.
12) La convergence uniforme est seulement une hypothèse suffisante pour la continuité et dérivabilité d'une suite ou série de fonction, et elle n'est pas nécessaire.
13) Toute fonction $\mathcal{C}^\infty$ est développable en série entière.
14) Soit R le rayon de convergence d'une série entière, qui converge en R. Alors, elle converge en $-R$.
15) Il y a convergence uniforme sur tout disque ouvert de convergence $B_o(0,R)$.
16) Pour une série entière, convergence sur tout disque fermé de $\mathbb{C}$ est équivalent à convergence sur tout disque fermé centré de $\mathbb{C}$, ce qui est équivalent à convergence sur tout disque ouvert de $\mathbb{C}$.

II Théorèmes de cours

17) Énoncer le théorème de convergence dominée. Existe-t-il une version locale ?
18) Énoncer le théorème de la double limite. Existe-t-il une version locale ?
19) Donner toutes les implications existantes entre les différents types de convergence.
20) Énoncer le théorème des restes chinois.

⋆ ⋆ ⋆